

Hrvatski transformacijski model visina

Nevio Rožić¹

Sažetak

U radu su predočeni krajnji rezultati definicije i realizacije Hrvatskog transformacijskog modela visina – HTMV. Model je kreiran na osnovi visinskih podataka repera geometrijskih nivelmana, koji su istovremeno sadržani u starom HVRS1875 i novom HVRS71 visinskom referentnom sustavu Republike Hrvatske, uz uzimanje u obzir različitih visinskih datuma. Model je kreiran na temelju zasebnog modeliranja datumskih i distorzijskih komponenti sadržanih u razlikama visinskih koordinata repera i ekspliciran je u formi tzv. grid transformacijskog modela.

Gljučne riječi: grid, grid transformacija, datumski model, distorzijski model, visinski referentni sustav, visinski datum, visine, Hrvatska

Abstract

Croatian Height Transformation Model

The paper presents final results of definition and realization of the Croatian height transformation model - HTMV. The model is derived from geometric levelling benchmark height data simultaneously referenced to the old HVRS1875 and to the new HVRS71 height reference coordinate system of the Republic of Croatia, taking into account the height datum's differences. The model is obtained on the basis of separate modeling of the datum and distortion components contained in the benchmark height coordinate differences and expressed in form of grid transformation model.

Keywords: grid, grid transformation, datum model, distortion model, height reference system, height datum, heights, Croatia

1. Uvod

Proces ažuriranja i inoviranja nacionalnih geodetskih datuma i nacionalnih geodetskih referentnih sustava Republike Hrvatske, koji je u stručnom pogledu započeo 1992. godine ubrzo nakon stjecanja suverenosti i samostalnosti, rezultirao je 2004. godine odlukom Vlade Republike Hrvatske "O utvrđivanju službenih geodetskih datuma i ravninskih kartografskih projekcija Republike Hrvatske" (*Narodne novine 2004*). Ova je odluka nastavno podržana odredbama temeljnog zakona koji uređuje geodetsku djelatnost u Republici Hrvatskoj, tj. odredbama Za-

¹ Prof. dr. sc. Nevio Rožić, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zavod za geomatiku, Katedra za analizu i obradu geodetskih mjerenja, Kačićeva 26, Zagreb 10000, e-pošta: nevio.rozic@geof.hr.

kona o državnoj izmjeri i katastru nekretnina (*Narodne novine* 2007). U poglavlju II. ove odluke, između svih novih geodetskih datuma i geodetskih referentnih sustava koji se određuju za Republiku Hrvatsku, određen je i visinski datum te visinski referentni sustav, a u poglavlju VI. propisana je obaveza Državne geodetske uprave Republike Hrvatske da ih najkasnije do 1.1.2010. godine uvede u službenu uporabu.

U razdoblju od 1992. godine do danas, usprkos izuzetno složenim okolnostima Domo-vinskog rata, poratnog razdoblja, tranziciji države i društva (na svim razinama) iz starih u po-sve nove sustave te skromnih infrastrukturnih i financijskih resursa, efikasno je obavljen vrlo složen i obiman stručni i razvojni posao, koji je u kontekstu visinskog datuma i visinskog refe-rentnog sustava omogućio razvidan i zamjetan korak u smjeru poboljšanja povijesno naslije-đenog stanja. Naime, obavljeno je supstituiranje tzv. “povijesnog” visinskog datuma i “starog” visinskog referentnog sustava, izvorno ustrojenog za trajanja Austro-Ugarske monarhije u dru-goju polovini 19. stoljeća, novim visinskim datumom i novim visinskim referentnim sustavom. Sustavno obavljani geodetski radovi, u širokom spektru stručnih i razvojnih aktivnosti od ana-lize, računске obrade i uvođenja nove temeljne visinske mreže kao okosnice ili realizacije novog visinskog referentnog sustava Republike Hrvatske, pa do terenske revizije, izrade nove uporab-ne dokumentacije i sustavnog publiciranja uporabnih podataka polja repera geometrijskih ni-velmana svih redova točnosti, odnosno novog visinskog referentnog sustava HVRS71, dali su primjerenu osnovu za oživotvorenje citirane odluke Vlade Republike Hrvatske. Ova osnova, bez obzira na činjenicu da je odluka Vlade donesena 2004. godine, uz propisivanje odgođenog vremenskog termina obvezne službene uporabe, omogućila je suštinski i u stručnom pogle-du uporabu novog visinskog datuma i visinskog referentnog sustava već od 2001. godine, jer najneophodniji su stručni poslovi u tom trenutku bili dovršeni i osnovni elementi za aktivnu implementaciju novog visinskog datuma i sustava priređeni. Ipak, implementacija datuma i su-stava 2001. godine nije započela, s jedne strane zbog neophodnosti obavljanja odgovarajućeg zakonskog i administrativnog procesa, te s druge strane zbog dva stručna razloga koji su do-punski zahtijevali pozornost i primjereno rješavanje.

Navedeni stručni razlozi vezani su uz činjenicu da “sam po sebi” i “sam za sebe” novi visinski datum i visinski referentni sustav nisu dovoljni za efikasno i korektno rješavanje do-sljedno svih teorijskih i praktičnih geodetskih problema i zadaća na državnom teritoriju, sve dok nisu na primjereni način integrirani i eksplicitno povezani s realizacijama ostalih novih nacionalnih geodetskih referentnih sustava te ujedno dok nisu stvoreni uvjeti za osiguranje kontinuiteta uporabe svih postojećih ili prethodno već kreiranih visinskih podataka, tj. onih visinskih podataka koji su referirani prema povijesnom visinskom datumu i starom visinskom referentnom sustavu. Na elementarnoj razini, povezanost novog visinskog referentnog susta-va s ostalim novim geodetskim referentnim sustavima Republike Hrvatske ogleda se u potrebi pridruživanja nove visinske koordinate (apsolutna visina ili tzv. nadmorska visina) svim trajno stabiliziranim geodetskim točkama na teritoriju države, koje su obuhvaćene homogenim polji-ma točaka i geodetskim mrežama određene vrste i reda točnosti (GPS, triangulacijske, trilate-racijske, gravimetrijske, geomagnetske i dr.), a koje čine realizacije novih geodetskih datuma i referentnih sustava. Također, na elementarnoj razini, kontinuitet uporabe visinskih podataka koji su izvorno referirani prema starom visinskom referentnom sustavu, ogleda se u potrebi nalaženja mogućnosti za učinkovito prevođenje tih visinskih podataka iz starog u novi visinski referentni sustav. Pri tome, pod pojmom prevođenja visinskih podataka primarno se podrazu-mijeva matematička transformacija apsolutnih visina diskretnih točaka topografske površine poznatog planarnog položaja, bez obzira jesu li točke ili nisu u topografskom okružju trajno stabilizirane odgovarajućom građevinskom oznakom, markantnim i raspoznatljivim prirodnim oblikom ili detaljem izgrađenih objekata.

Značaj kontinuiteta uporabe postojećih visinskih podataka u novom visinskom referentnom sustavu je ogroman iz niza razloga i u punom spektru, od činjenice da je obujam prethodno kreiranih i raspoloživih visinskih podataka izuzetno velik, jer odnosi se na stari visinski sustav koji je u kontinuitetu funkcionalno uporabljiv dulje od 100 godina, pa do činjenice da su visinskim podacima osim geodetskih aktivnosti prožete i aktivnosti niza djelatnosti van geodetske struke, tj. aktivnosti različitih znanstvenih i stručnih disciplina, uključujući i svakodnevni život. Stoga, rješavanje problema kontinuiteta uporabe postojećih visinskih podataka, tj. primarno apsolutnih visina diskretnih točaka topografske površine na državnom teritoriju Republike Hrvatske, neposredno je vezano uz definiciju, kreaciju i implementaciju odgovarajućeg matematičkog transformacijskog modela, koji unutar i van okvira geodetske struke treba omogućiti različitim grupacijama korisnika visinskih podataka kontinuitet njihove uporabe, uz primjerenu kvalitetu transformacijskog modela te uporabu jednoznačnog, jednostavnog i automatiziranog transformacijskog procesa.

Stjecajem objektivnih okolnosti, odnosno činjenice da je nivelmanska komponenta osnovnih geodetskih radova na području Republike Hrvatske predmet sustavnih znanstvenih i stručnih istraživanja te izvedba niza znanstvenih, razvojnih i stručnih projekata pri Geodetskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu, u kontinuitetu od početka osamdesetih godina prošlog stoljeća do danas, odnosno da je visinomjerska komponenta bila obuhvaćena planovima realizacije osnovnih geodetskih radova Državne geodetske uprave od 1992. godine do danas, postojali su odgovarajući uvjeti za rješavanje navedenog problema, odnosno definiciju, kreaciju i realizaciju tzv. "Hrvatskog transformacijskog modela visina". U tom je pogledu, krajem 2008. i početkom 2009. godine, a temeljem suradnje Državne geodetske uprave i Geodetskog fakulteta, realiziran i dovršen istraživačko-razvojni projekt "Hrvatski transformacijski model visina".

2. Stari i novi visinski referentni sustav Republike Hrvatske

Ne ulazeći detaljno u kronologiju i genezu povijesnog i novog visinskog datuma te starog i novog visinskog referentnog sustava na području Republike Hrvatske, potrebno je selektivno i sažeto ukazati na one temeljne odrednice i svojstva koja najznačajnije definiraju njihov međusobni odnos te posljedično uvjetuju definiciju i realizaciju odgovarajućeg transformacijskog modela visinskih podataka.

Stari visinski referentni sustav Republike Hrvatske izvorno je kreiran za trajanja Austro-Ugarske monarhije u drugoj polovini 19. stoljeća te je znatnije inoviran i dopunjen u razdoblju 1945.-1963. godine za trajanja Jugoslavije. Izvorna kreacija sustava vezana je uz realizaciju mreže tzv. Austrijskog preciznog nivelmana (APN), koja je nakon II. svjetskog rata na području Republike Hrvatske parcijalno (po dijelovima nivelmanskih vlakova) znatno osvježena i obnovljena izvedbom tzv. I. nivelmana visoke točnosti (INVT) te je opširno dopunjena i posve novim nivelmanskim vlakovima i mrežama geometrijskih nivelmana nižih redova točnosti, držeći se klasičnog hijerarhijskog načela razvoja nivelmanskih mreža. Visinski sustav je realiziran uz usvajanje tzv. normalnih-ortometrijskih visina, jer nije obavljena sustavna izmjera ubrzanja sile duž nivelmanskih vlakova te uz prostornu orijentaciju sustava u odnosu na fizički realitet tijela Zemlje. Ishodište visinskog sustava je definirano na lokaciji mareografa u Trstu (Molu Sartorio), pridruživanjem nulte apsolutne visine srednjoj razini Jadranskog mora, računski određenoj iz rezultata kontinuiranog mjerenja vodostaja mora tijekom 1875. godine (jednogodišnji interval mjerenja). Odgovarajućim je postupkom, sukladno visinskom položaju srednje razine mora određena apsolutna visina tzv. referentnog ili ishodišnog repera visinskog sustava, tj. repera HM 1 (Höhenmarke), tj. BV 1 (BV – biljeg visine), u iznosu 3.3520 m. Za visinsku referentnu plohu, tj. prostornu plohu tzv. "nulte apsolutne visine", usvojena je ekvipo-

tencijalna ploha gravitacijskog polja, čiji je visinski položaj na lokaciji mareografa jednoznačno fiksiran apsolutnom visinom referentnog repera, tj. repera BV 1 (parametar visinskog datuma). Za povijesni visinski datum Republike Hrvatske može se uvesti skraćenica AVD1875 – Austrijski visinski datum iz epohe 1875. godine, a za stari visinski referentni sustav, usprkos činjenici da je realiziran “kombinacijom” mreža APN i INVT, skraćenica HVRS1875 – Hrvatski visinski referentni sustav iz epohe 1875. godine.

Izmjera nivelmanskih vlakova Austrijskog preciznog nivelmana na teritoriju Hrvatske, a kao integralnog dijela Austro-Ugarske monarhije (uz Sloveniju i Bosnu i Hercegovinu), obavljena je postupno, u razdoblju od 1876. do 1909. godine, a računaska obrada podataka izmjere nivelmanskih vlakova bila je također postupna i slijedila je vremensku dinamiku izmjere vlakova. Stoga, nivelmanska mreža APN na području Hrvatske u užem smislu, a jednako tako niti na ukupnom području Austro-Ugarske monarhije u širem smislu, nikada nije računski obrađena (izjednačena) kao homogena i jedinstvena cjelina, odnosno integralna i cjelovita nivelmanska mreža. Dvije veće grupe nivelmanskih vlakova (mreže), jedna na zapadnom i druga na sjevernom dijelu Hrvatske, izjednačene su zasebno i uz međusobno fiksno povezivanje i fiksno povezivanje s mrežom na preostalom dijelu monarhije (Austrija i Ugarska), dok je dio nivelmanskih vlakova na središnjem i južnom dijelu Hrvatske, vezano uz teritorij Bosne i Hercegovine, izjednačen postupno, nivelmanski poligon po nivelmanski poligon, uz oslanjanje svakog narednog nivelmanskog poligona na prethodno već obavljeno izjednačenje vlakova iz realiziranih nivelmanskih poligona. Treba naglasiti da je izveden i određeni broj izrazito dugačkih postranih



Slika 1. Nivelmanska mreža I. nivelmana visoke točnosti (INVT)

(slijepih) nivelmanskih vlakova, koji su shodno jednostranom priključku na mrežu odgovarajuće računski obrađeni. Neposredna mjerenja dosljedno su korigirana korekcijama mjerila nivelmanskih letava i normalno-ortometrijskim korekcijama, a izjednačenja vlakova i mreža obavljena su primjenom funkcijskog modela uvjetnih mjerenja i metode najmanjih kvadrata.

Nakon II. svjetskog rata, a sukladno visokoj razini materijalnog uništenja austrijskih repera, nivelmanski vlakovi mreže APN su obnovljeni stabilizacijom novih repera i izmjerom I. nivelmana visoke točnosti, uz određene manje izmjene trasa jednog dijela nivelmanskih vlakova ili njihovih manjih odsječaka. Izmjera nivelmanskih vlakova u okviru realizacije INVT obavljena je na području Hrvatske od 1947. do 1960. godine, a računska obrada podataka izmjere obavljena je parcijalno, tj. neposrednim uklapanjem pojedinih vlakova i dijelova vlakova mreže INVT na materijalno očuvane repere austrijske mreže, uz relativno jednostavne analize i ispitivanja visinske stabilnosti očuvanih austrijskih repera. Izvorni podaci mjerenja INVT nisu u svim nivelmanskim vlakovima dosljedno korigirani korekcijama mjerila nivelmanskih letava, a u određenim vlakovima niti normalno-ortometrijskim korekcijama. Kao i u slučaju mreže APN, nivelmanska mreža INVT, koja je vremenski podudarno izvedena i na teritoriju Slovenije i Bosne i Hercegovine, nikada nije izjednačena kao integralna i cjelovita mreža, tj. nije stjecanjem okolnosti poslužila kao realizacija posve novog visinskog referentnog sustava bivše Jugoslavije, već je razmatrajući područje Hrvatske samo inovirala prethodno već realiziran Austrijski visinski referentni sustav. Ona je znatno dopunila polje očuvanih repera mreže APN, sl. 1, a uz zadržavanje svih prethodno već determiniranih elemenata visinskog sustava, od visinskog datuma, pa do kontinuiteta uporabe normalno-ortometrijskih visina.

Vremenski simultano s realizacijom INVT, na području Republike Hrvatske je materijalna osnova visinskog referentnog sustava, tj. objedinjenje očuvanih repera mreže APN i novih repera mreže INVT (36 nivelmanskih vlakova s približno 3000 repera), opsežno dopunjena poljima repera obuhvaćenim nivelmanskim vlakovima i mrežama nižih redova točnosti geometrijskih nivelmana, a sukladno klasičnom geodetskom načelu razvoja mreža “iz velikog u malo”. U sklopu navedenih radova izvedeno je 387 pojedinačnih nivelmanskih vlakova i mreža preciznog nivelmana (PN), gradskih nivelmana (GN), tehničkih nivelmana povećane točnosti (TNPT) i tehničkih nivelmana (TN), s približno 17000 repera. Izvedba i računska obrada podataka izmjere za jedan je dio nivelmanskih vlakova i mreža, sukladno okolnostima izvedbe terenskih radova, ponavljana i nekoliko puta, bilo zbog naknadne reizmjere pojedinih vlakova INVT uvjetovanih pojavom i identifikacijom grubih pogrešaka mjerenja, bilo zbog potrebe naknadnog eliminiranja većih nesuglasica pri uklapanju vremenski novijih mjerenja na znatno stariju visinsku osnovu. Nivelmanski vlakovi, grupe vlakova (čvorne točke) ili odsječci vlakova izjednačeni su primjenom funkcijskog modela uvjetnih mjerenja i metode najmanjih kvadrata. Treba naglasiti da je znatan dio radova izmjere vlakova i mreža obavljen u vrlo oskudnim uvjetima poratnog razdoblja, uporabom heterogenog instrumentarija i metoda te u vrlo teškim infrastrukturnim, organizacijskim i terenskim uvjetima izvedbe, što se odrazilo na kvalitetu jednog dijela podataka izmjere.

Koncept novog visinskog referentnog sustava Republike Hrvatske definiran je i realiziran ubrzo nakon stjecanja samostalnosti i suverenosti Republike Hrvatske. Naime, stjecanjem objektivnih okolnosti, početkom devedesetih godina prošlog stoljeća uspješno je dovršen prilično dug i zahtjevan proces analiza i računске obrade podataka tzv. II. nivelmana visoke točnosti bivše Jugoslavije (IINVT) izvedenog na teritoriju Hrvatske, Bosne i Hercegovine, Slovenije i Vojvodine. Mreža IINVT je sukladno savjesnim stručnim priprema i terenskim radovima realizirana sustavnom izmjerom mreže u razdoblju 1970.-1973. godine. Projektirana je i izvedena sukladno potrebi realizacije posve novog visinskog referentnog sustava bivše Jugoslavije, uključujući i uvođenje novog visinskog datuma, s težnjom prilagodbe geometrijske konfigu-

racije mreže suvremenim prometnim pravcima te reljefnim i geološkim osobitostima terena, potrebi vremenskog ažuriranja visinskog datuma, eliminiranju negativnih utjecaja geodinamičkih efekata na visinske položaje repera te postizanju internacionalno preporučenih kriterija točnosti izmjere i visinskog pozicioniranja. Iako je izvedba mreže IINVT na području Hrvatske, Bosne i Hercegovine i Slovenije bila dovršena 1973. godine, ona stjecajem niza objektivnih okolnosti, a bez obzira na činjenicu da je sukladno svim pokazateljima kvalitete uistinu najkvalitetnije realizirana visinska mreža na području zapadnog dijela bivše Jugoslavije, nije bila privedena svrsi sve do kreacije koncepta novog visinskog referentnog sustava Republike Hrvatske. Mreža IINVT izvedena je u nizu temeljnih elemenata vrlo stručno i korektno, duž suvremenih prometnih pravaca, uz zamjetne promjene geometrijske konfiguracije u odnosu na mrežu INVT te uz primjerenu kvalitetu izmjere unificiranim metodama i suvremenim nivelmanskim instrumentarijem (Rožić 1995, Rožić 2001). Podaci izmjere su sustavno korigirani popravcima mjerila nivelmanskih letava i normalno-ortometrijskim popravcima, jer gravimetrijska izmjera duž nivelmanskih vlakova nije u cjelini i sustavno obavljena, iako je izvorno bila planirana i djelomično realizirana. Mreža je duž obale Jadranskog mora neposredno vezana na mareografe u Kopru, Rovinju, Bakru, Splitu i Dubrovniku.

Obzirom na kvalitetu izvedbe i vremensku recentnost (vremenski najmlađa mreža), usprkos činjenici da njena geometrijska konfiguracija nije posve prilagođena obliku i veličini područja Hrvatske, mreža IINVT je usvojena kao realizacija novog visinskog referentnog sustava Republike Hrvatske. Obzirom na nedostupnost podataka sustavne gravimetrijske izmjere nivelmanskih vlakova IINVT, visinski referentni sustav je posljedično ustrojen kao normalno-ortometrijski sustav visina. Prostorna orijentacija sustava obavljena je u odnosu na fizikalni re-



Slika 2. Nivelmanska mreža II. nivelmana visoke točnosti (IINVT)

alitet tijela Zemlje. U odnosu na “povijesni” visinski datum, tj. AVD1875, a sukladno suvremenom konceptu (*Feil i Rožić 2000, 2005*), ishodište novog visinskog sustava nije definirano samo na jednoj geografskoj lokaciji, već istovremeno na lokacijama 5 mareografa (Kopar, Rovinj, Bakar, Split i Dubrovnik). Na svakom od mareografa obavljeno je pridruživanje nulte apsolutne visine visinskog sustava srednjoj razini Jadranskog mora, računski određenoj za vremensku epohu 1971.5 godine, iz rezultata kontinuiranih mjerenja vodostaja mora tijekom razdoblja od 18.6 godina. Odgovarajućim su postupcima, sukladno visinskom položaju srednjih razina mora određene apsolutne visine referentnih repera visinskog sustava, tj. repera 5486 pri mareografu u Kopru u iznosu 1.88260 m, repera BP82 u Rovinju u iznosu 4.83770 m, repera BV u Bakru u iznosu 2.66010 m, repera PN167 u Splitu u iznosu 3.33220 m i repera A496 u Dubrovniku u iznosu 3.67706 m. Za visinsku referentnu plohu, tj. prostornu plohu tzv. “nulte apsolutne visine”, usvojena je ekvipotencijalna ploha gravitacijskog polja, čiji je visinski položaj na lokacijama mareografa jednoznačno fiksiran apsolutnim visinama referentnih repera. Izjednačenje nivelmanske mreže IINVT, kao cjelovite i integralne mreže, sl. 2, obavljeno je primjenom posrednih mjerenja i metode najmanjih kvadrata (*Klak i dr. 1992*). Sukladno primjerenom suglasju nivelmanskih i mareografskih mjerenja, apsolutne visine referentnih repera su u izjednačenje mreže uvedene kao zadani parametri (parametri visinskog datuma). Novom visinskom datumu Republike Hrvatske je pridružena skraćenica HVD71, a visinskom referentnom sustavu skraćenica HVRS71.

Treba naglasiti da je koncept realizacije novog visinskog referentnog sustava Republike Hrvatske, utemeljen na uporabi mreže IINVT, pragmatično zasnovan na polazištu maksimalne uporabe već raspoloživih i dostupnih nivelmanskih podataka, koji stjecajem objektivnih okolnosti nisu bili pravovremeno stavljani u uporabu, a za razliku od polazišta koje se temelji na potrebi projektiranja i izvedbi posve nove nivelmanske mreže najvišeg reda točnosti, a kao realizacije novog visinskog sustava. Ne samo početkom devedesetih, sukladno izuzetnoj složenoj ukupnoj situaciji u Hrvatskoj, već i danas, projektiranje i izmjera te implementacija takve mreže bila bi organizacijski, infrastrukturno i financijski izuzetno zahtijevan poduhvat. Slijedeći usvojeni pragmatični koncept realizacije novog visinskog referentnog sustava, kao logični stručni koraci koji su uslijedili u razdoblju 1992.-2001. godine, bili su radovi sustavne revizije nivelmanskih vlakova i mreža geometrijskih nivelmana svih redova točnosti na području Republike Hrvatske, koji su izvorno izvedeni od 1945. do 1970. godine. Polja repera obuhvaćena tim vlakovima i mrežama terenski su rekognoscirana i revidirana te je utvrđen status njihove očuvanosti, izrađena je posve nova i suvremena uporabna dokumentacija te su temeljem izvornih arhivskih podataka visinske izmjere vlakova i mreža, a njihovim oslanjanjem na mrežu IINVT kao okosnicu novog visinskog referentnog sustava, određene nove apsolutne visine repera. Na taj je način materijalna osnova novog visinskog referentnog sustava, primarno obuhvaćena mrežom IINVT, znatno dopunjena i proširena, utvrđeno je ažurno stanje očuvanosti i dostupnosti polja repera za izvedbu konkretnih terenskih radova te je omogućena eksplicitna uporaba novog visinskog sustava za rješavanje različitih geodetskih problema i zadaća. Apsolutne visine svih repera popunjavajućih redova geometrijskih nivelmana u novom visinskom referentnom sustavu određene su tzv. “strogom metodom”, tj. ponavljanjem računске obrade izvornih podataka izmjere. Za razliku od postupaka i načina realizacije starog visinskog referentnog sustava, izjednačenja nivelmanskih vlakova i mreža nižih redova točnosti, oslanjanjem na mrežu IINVT, obavljena su dosljedno i sustavno, uz primjenu izjednačenja posrednih mjerenja i metode najmanjih kvadrata te u potpunosti sukladno hijerarhijskom načelu uklapanja geometrijskih nivelmana nižih redova točnosti na više redove, po pojedinim nivelmanskim figurama mreže IINVT. Pri tomu, treba naglasiti da su geometrijske konfiguracije nivelmanskih vlakova i mreža nižih redova točnosti znatno i dosljedno rekonfigurirane, sukladno međusobnim razlikama geometrijskih konfiguracija mreža INVT i IINVT te da su podaci nivelmanskih vlakova INVT u sklopu računске obrade klasificirani kao nivelmanski vlakovi preciznog nivelmana.

S gledišta uzajamnog odnosa starog i novog visinskog referentnog sustava Republike Hrvatske posve je razvidno da su oba sustava definirana i realizirana kao normalno-ortometrijski sustavi visina, da su vremenski, konfiguracijski i kvalitativno realizirani pomoću posve različitih temeljnih nivelmanskih mreža, da su prostorno orijentirani u odnosu na fizikalni realitet tijela Zemlje bitno različitim konceptima realizacije visinskih datuma, uključujući vremenske epohe (broj i lokacije fiksiranja položaja visinskih referentnih ploha) te da je tijekom i metodologija računске obrade izvornih podataka izmjere, uključujući i rekonfiguriranje geometrijskih konfiguracija nivelmanskih vlakova i mreža nižih redova točnosti geometrijskih nivelmana, bila naglašeno različita. Sve navedeno razvidno ukazuje na činjenicu da su s oba visinska referentna sustava, a stjecajem okolnosti izvedbe nivelmanskih osnovnih geodetskih radova, obuhvaćena ista polja repera geometrijskih nivelmana (osim repera mreže IINVT), istog planarnog položaja u ravninskom i ujedno u elipsoidnom referentnom koordinatnom sustavu, ali da su navedenim reperima posljedično pridružene i posve različite apsolutne visine, odnosno visinske koordinate. Kako su oba visinska referentna sustava realizirana kao normalno-ortometrijski sustavi visina, visinske koordinate istih repera su međusobno neposredno komparabilne. Veličine njihovih razlika i empirijske zakonitosti distribucije njihove varijabilnosti duž teritorija Republike Hrvatske neposredna su osnova i polazište za modeliranje, odnosno polazište za kreaciju i realizaciju matematičkog transformacijskog modela visina.

3. Odnos visinskih koordinata repera u starom i novom visinskom referentnom sustavu

Neposrednu podatkovnu osnovu za kvantificiranje i kvalificiranje razlika visinskih koordinata repera, istovremeno obuhvaćenih sa starim i novim visinskim referentnim sustavom Republike Hrvatske, čini skup od 10564 repera za koje su stjecajem objektivnih okolnosti izvedbe nivelmanskih radova i dostupnih izvornika podataka uspješno: pribavljeni, objedinjeni, kolacionirani, analizirani, verificirani, homogenizirani i primjereno priređeni neophodni podaci repera (Rožić 2009). To su: oznake repera, položaji repera (geodetska duljina L i geodetska širina B u elipsoidnom referentnom koordinatnom sustavu – Besselov elipsoid, početni meridijan Greenwich) i razlike visinskih koordinata repera H_{Δ} određene sukladno izrazu

$$H_{\Delta} = H_S - H_N, \quad (1)$$

a na temelju visinskih koordinata repera H_S u starom visinskom referentnom sustavu HVRS1875 i visinskih koordinata H_N u novom visinskom referentnom sustavu Republike Hrvatske HVRS71. Sukladno navedenom, podatkovna osnova za stjecanje uvida i analizu međusobnog odnosa visinskih referentnih sustava određena je skupom prostornih podataka, u kojem je svaki pojedini reper, od ukupno 10564 repera, reprezentiran uređenim tripletom podataka (L , B , H_{Δ}), nastalim objedinjavanjem podataka položaja repera na referentnom elipsoidu i pripadne razlike visinskih koordinata.

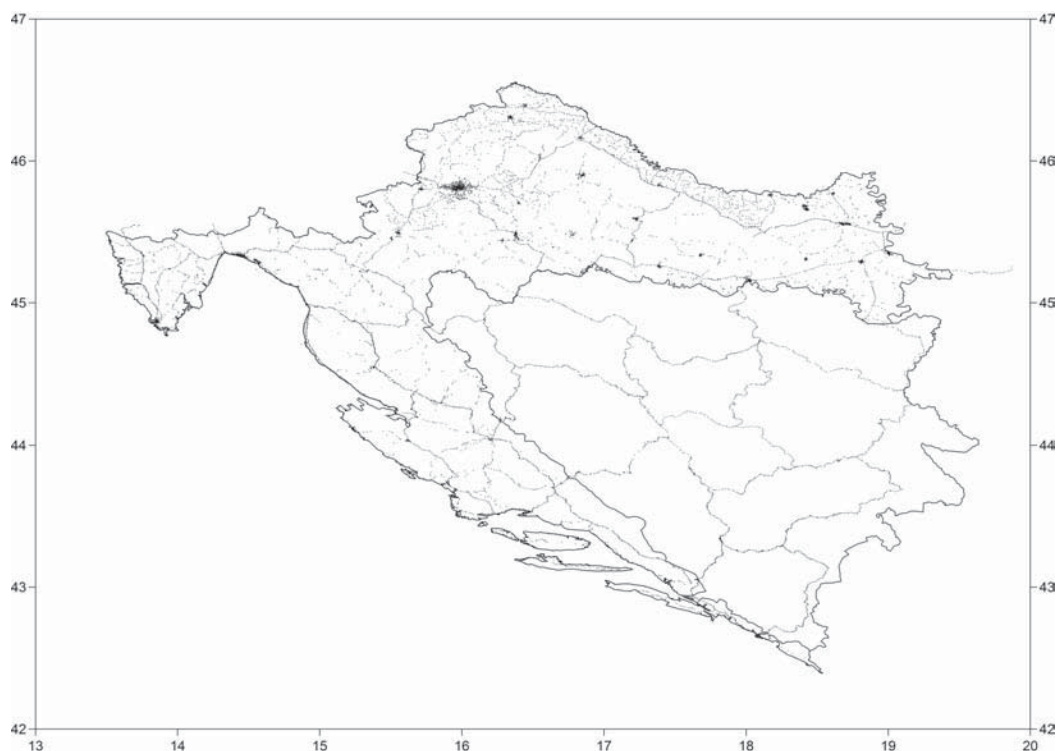
Priprema podatkovne osnove bila je vrlo složena i zahtjevna, obzirom na ukupni broj obuhvaćenih podataka, potrebu prevođenja zamjetnog dijela podataka iz izvorne analogne u digitalnu formu zapisa, potrebu kolacioniranja i analiziranja ispravnosti i vjerodostojnosti podataka komparativno preuzetih iz različitih izvornika, potrebu dopunskog obavljanja računске obrade (izjednačenja) za dio podataka koji nije bio uporabljiv u izvornoj formi, potrebu identificiranja i eliminiranja nekonzistencije, redundancije i nehomogenosti podataka te potrebu eliminiranja svih onih podataka za koje je sukladno odgovarajućim analizama postojala indikacija grube pogrešnosti u geodetskom stručnom pogledu i/ili iskazivanja svojstava tzv. globalnih ili lokalnih “prostornih grubih pogrešaka”, a temeljem analiza geostatističkih zakonitosti pro-

storne distribucije. Kao neposredni izvori i izvornici podataka komparativno su poslužili publicirani: priručnici, studije, knjige, elaborati i članci, registri arhivskih podataka, digitalne baze podataka, tehnička izvješća, geodetski obrasci i ostala dokumentacija polja repera te dokumentacija i rezultati realizacija niza znanstvenih i stručnih projekata vezanih uz nivelmanske radove iz razdoblja 1980.- 2001. godine. Kao najznačajniji izvornici za zahvat podataka poslužili su:

- ▶ publikacije Vojno-geografskog instituta iz Beča s detaljnim podacima realizacije i račun-ske obrade Austrijskog preciznog nivelmana na području Hrvatske, Slovenije i Bosne i Hercegovine (*Militär-geographisches Institut 1875, 1884, 1897, 1899a, 1899b, 1909*),
- ▶ publikacija s podacima revizije polja repera austrijskog preciznog nivelmana na području Hrvatske neposredno nakon II. svjetskog rata (*Geodetska uprava pri vladi NRH 1948*),
- ▶ publikacije s detaljnim podacima izmjere i primarne račun-ske obrade IINVT na području Hrvatske, Slovenije, Bosne i Hercegovine i Vojvodine (*Bilajbegović i dr. 1986a, 1986b, 1986c, 1986d, 1986e, 1986f, 1986g, Feil i dr. 1992a*),
- ▶ studije i elaborati s rezultatima analiza kvalitete IINVT, koncepta i definicije novog visinskog referentnog sustava (*Klak i dr. 1992, Rožić 1995, Feil i Rožić 2000, 2001, 2005*),
- ▶ elaborati račun-ske obrade podataka nivelmanskih vlakova i mreža geometrijskih nivelmana svih redova točnosti na području Republike Hrvatske u novom visinskom referentnom sustavu (*Klak i dr. 1994a, 1995a, 1995b, 1996a, 1996b, 1997a, 1998a, 1998b, 1999a, 1999b, 1999c, Rožić i dr. 1999, 2000*),
- ▶ publikacije Državne geodetske uprave s uporabnim podacima polja očuvanih repera u novom visinskom referentnom sustavu Republike Hrvatske (*Klak i dr. 1994b, 1998c, Rožić i dr. 2001, Feil i dr. 2003a, 2003b, 2006a, 2006b*), kao i elaborati nove uporabne dokumentacije repera (položajni opisi i skice vlakova i mreža),
- ▶ elaborati povezivanja visinskih sustava Republike Mađarske i Republike Hrvatske (*Klak i dr. 1997b, 2000*), s podacima realizacije nivelmanskih vlakova NVT: Koprivnica – Goričan, Virovitica – Terezino polje i Batina – Udvar,
- ▶ originalni arhivski podaci izmjere i izvorne račun-ske obrade nivelmanskih vlakova i mreža svih redova točnosti (podaci: INVT, PN, GN, TNPT i TN - registri, nivelmanski obrasci br. 3, nivelmanski obrasci br. 9, skice vlakova i mreža) iz arhiva Državne geodetske uprave Republike Hrvatske, uključujući digitalnu “Bazu podataka repera Republike Hrvatske” te podaci nivelmanskih vlakova INVT iz arhiva Geodetske uprave Bosne i Hercegovine,
- ▶ dokumentacija i podaci proizašli iz realizacije opsežnih znanstveno-istraživačkih projekata Geodetskog fakulteta: “Osnovni geodetski radovi” (voditelj prof. emeritus Stjepan Klak), “Visinski sustavi Republike Hrvatske” i “Kompatibilnost visina u Republici Hrvatskoj” (voditelj prof. dr. sc. Ladislav Feil) i “Visinska kinematika i dinamika kontinentalne Hrvatske” (voditelj prof. dr. sc. Nevio Rožić).

Ne ulazeći u načela, metode, postupke te opis niza stručnih detalja i analiza primijenjenih u procesu pripreme podataka repera (*Rožić 2009*), važno je naglasiti da je za područje Republike Hrvatske, a obzirom na njen karakteristični oblik i za područje susjedne Bosne i Hercegovine, uspješno priređen homogen skup najkvalitetnijih visinskih podataka koje je sukladno objektivnim okolnostima i dostupnosti podataka uopće bilo moguće kreirati te iskoristiti kao osnovu za analizu odnosa visinskih referentnih sustava, a jednako tako i kao osnovu za definiranje odgovarajućeg transformacijskog modela. Reperi i njihova položajna distribucija duž

teritorija Hrvatske i Bosne Hercegovine predočeni su na sl. 3, uz napomenu da su na teritoriju Bosne i Hercegovine, a sukladno dostupnosti podataka, obuhvaćeni samo reperi mreže INVT.



Slika 3. Položajna distribucija repera na teritoriju Hrvatske i Bosne i Hercegovine

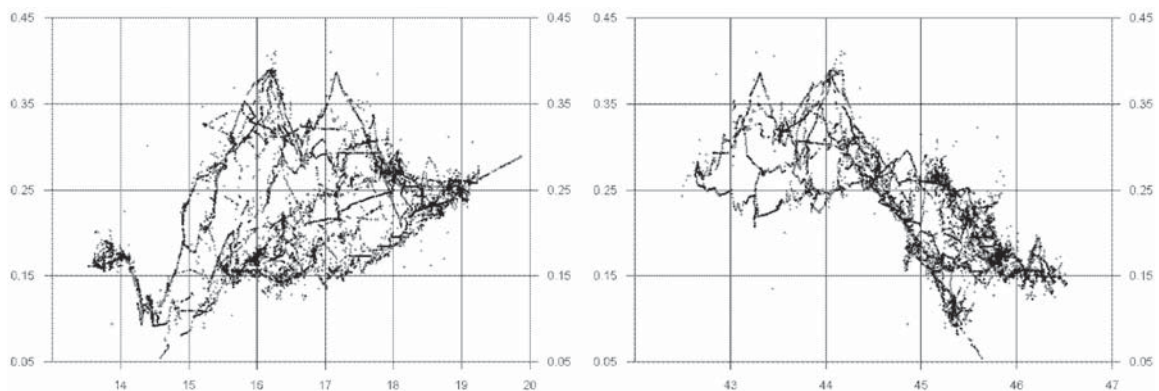
Temeljni statistički pokazatelji i histogram empirijske distribucije razlika visinskih koordinata repera H_{Δ} na području Hrvatske i Bosne i Hercegovine, sukladno sl. 3, sadržani su u tablici 1. Razvidno je da su razlike visinskih koordinata za sve repere na navedenom području dosljedno pozitivnog predznaka i zamjetno velikih iznosa, posebice uzevši u obzir točnost metodologije visinskog pozicioniranja geometrijskim nivelmanom. One poprimaju vrijednosti od minimalno 53.7 mm do maksimalno 410.9 mm te su distribuirane unutar raspona disperzije od 357.2 mm. Empirijske apsolutne frekvencije razlika visinskih koordinata i pripadni histogram određeni su uz uvođenje 10 statističkih razreda fiksne širine unutar ukupnog raspona disperzije. Iako histogram oblikom asocira na normalnu razdiobu, rezultat Pearsonovog testa potvrđuje da je empirijska distribucija razlika H_{Δ} signifikantno različita od teorijske normalne razdiobe. Navedeni pokazatelji jasno pokazuju da se visinske koordinate repera, određene u starom i istovremeno u novom visinskom referentnom sustavu Republike Hrvatske, međusobno signifikantno razlikuju, da su vrijednosti njihovih razlika razvidno velikog iznosa i konstantnog predznaka te da su do zamjetne razine varijabilne unutar ukupnog raspona disperzije. Također, oni jasno ukazuju i na činjenicu da je prostorna orijentacija starog i novog visinskog referentnog sustava Republike Hrvatske u odnosu na fizikalni realitet tijela Zemlje nepodudarna i sustavno različita, odnosno da su visinski referentni sustavi definirani i realizirani pomoću posve nepodudarnih visinskih referentnih ploha, čiji prostorni odnos ne podrazumijeva samo i isključivo translatorni pomak. Ova činjenica je sukladna definiciji i realizaciji visinskih datuma AVD1875 i HVD71 te svim prethodno već obavljenim analizama visinskog datuma AVD1875, koji je razvidno opterećen posve specifičnim problemima izvorne realizacije (*Feil i dr. 1992b*). Ne ulazeći u detaljnije obrazlaganje ovih problema može se generalno konstatirati da su visinske koordinate svih repera u visinskom referentnom sustavu HVRS71, na teritoriju Republike

Hrvatske i Bosne i Hercegovine, dosljedno manjih vrijednosti od visinskih koordinata u sustavu HVRS1875 te da je u prostornom smislu visinska referentna ploha sukladna visinskom datumu AVD1875 položena ispod visinske referentne plohe sukladne visinskom datumu HVD71.

Tablica 1. Razlike visinskih koordinata repera i histogram

| Pokazatelj | L | B | H_Δ |
|-------------|-------------|-------------|----------------------|
| Broj repera | 10564 | 10564 | 10564 |
| Minimum | 13° 31' 15" | 42° 30' 12" | 53.7 mm |
| Sredina | - | - | 225.2 mm |
| Maksimum | 19° 52' 16" | 46° 31' 27" | 410.9 mm |
| Raspon | 6° 21' 01" | 4° 01' 15" | 357.2 mm |
| St. odstup. | - | - | 65.9 mm |

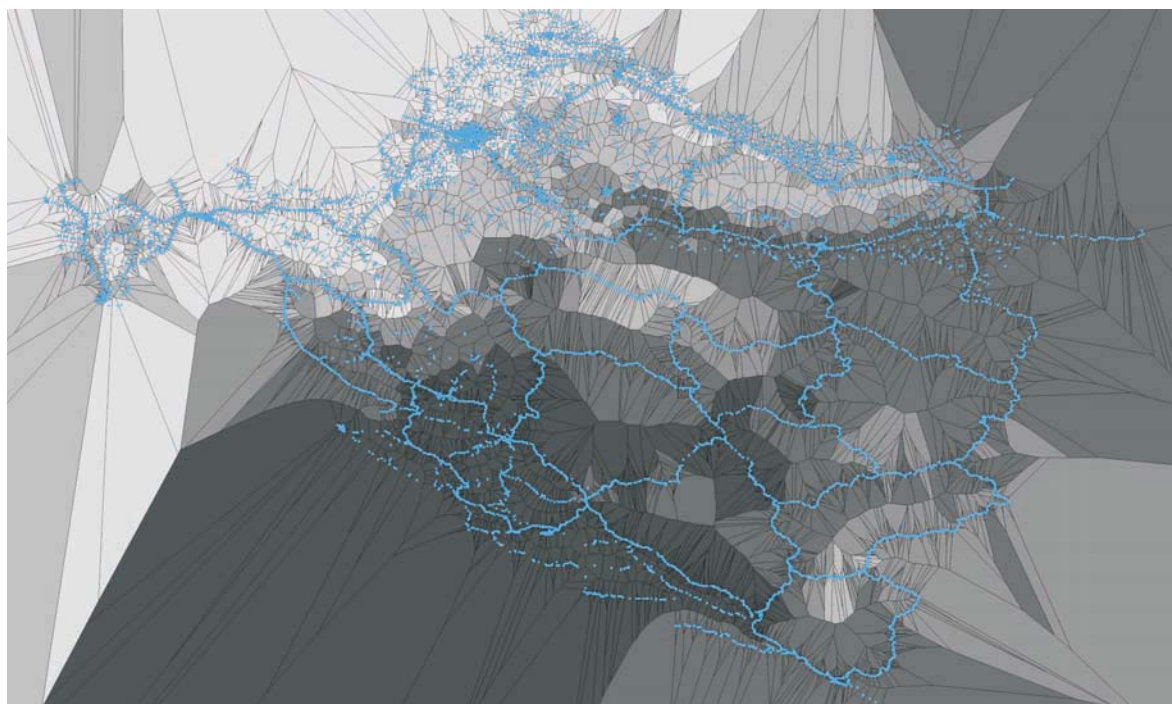
Uz prethodno navedene statističke pokazatelje, dopunski i vrlo značajan uvid u empirijske zakonitosti položajne distribucije razlika visinskih koordinata repera H_{Δ} duž teritorija Hrvatske i Bosne i Hercegovine pružaju dijagrami disperzija razlika H_{Δ} predočeni na sl. 4, dobiveni projekcijama razlika H_{Δ} na ravnine LH_{Δ} (smjer zapad-istok) i BH_{Δ} (smjer jug-sjever) te Voronoi-eva karta predočena na sl. 5. Ova je karta dobivena razvrstavanjem svih vrijednosti razlika H_{Δ} (sukladno veličini) u pet razreda (s istim brojem elemenata), uz pridruživanje tona sive boje zatvorenom poligonu oko položaja svakog pojedinog repera na kojeg se odnosi (ton boje sukladan je veličinama razlika H_{Δ} , tj. svjetliji ton – male vrijednosti, tamniji ton – velike vrijednosti).



Slika 4. Dijagrami disperzije razlika repera H_{Δ} – ravnine LH_{Δ} i BH_{Δ}

Dijagrami disperzije i Voronoi-eva karta jasno ukazuju na činjenicu da je varijabilnost razlika visinskih koordinata repera duž teritorija Hrvatske i Bosne i Hercegovine jednim dijelom globalna (trend) i korelirana s elipsoidnim položajima repera (dugovalna komponenta varijacije), dok je drugim dijelom lokalna, uz zamjetnu položajnu autokorelaciju, tj. razvidnu empirijsku zakonitost pridruženosti po položaju međusobno podudarnih vrijednosti razlika visinskih koordinata repera (kratkovalna komponenta varijacije). Sukladno sl. 4, koeficijent korelacije u iznosu 0.38 ukazuje na umjerenu pozitivnu korelaciju između razlika H_{Δ} i geodetskih duljina **L**, dok koeficijent korelacije u iznosu -0.74 ukazuje na visoku negativnu korelaciju između razlika H_{Δ} i geodetskih širina **B**. Sukladno sl. 5, koeficijent autokorelacije razlika H_{Δ} u iznosu 0.99 uka-

zuje na iznimno visoku autokorelaciju, jer su vrijednosti razlika H_{Δ} na lokacijama svih repera uistinu u visokoj razini suglasja s podudarno velikim vrijednostima razlika H_{Δ} ostalih repera iz njihovog neposrednog, tj. lokalnog okružja.



Slika 5. Voronoi-eva karta položajne distribucije razlika H_{Δ}

Prethodno navedeni pokazatelji, empirijska svojstva razlika visinskih koordinata repera i empirijska zakonitost njihove položajne distribucije duž teritorija Republike Hrvatske i Bosne i Hercegovine konkretni su rezultat i brojčana kvantifikacija metoda, postupaka, definicija i realizacija visinskih datuma AVD1875 i HVD71 te visinskih referentnih sustava HVRS1875 i HVRS71, odnosno u općenitijem smislu svih nivelmanskih radova izvedenih na teritoriju Republike Hrvatske i njenom okružju tijekom posljednjih stotinjak godina. Stoga, moguće je ukazati na temeljna izvorišta i stručne razloge koji su doveli do takvog stanja, odnosno interpretirati i povezati dobivene brojčane pokazatelje s geodetskom stručnom metodologijom i zakonitostima koji su ih inducirali. Na predznak, veličinu, razinu varijabilnosti i položajnu distribuciju razlika visinskih koordinata repera razvidno su i bitno utjecali:

- ▶ različite definicije i realizacije visinskih datuma AVD1875 i HVD71, uključujući različit broj i geografske lokacije mareografa te referentnih repera u odnosu na geometrijske konfiguracije temeljnih mreža kojima su visinski sustavi realizirani (APN i INVT, IINVT) te uključujući bitno različite vremenske epohe realizacije (1875, 1971) i duljine vremenskih razdoblja mjerenja razine mora (1 godina, 18,6 godina),
- ▶ različite realizacije visinskih referentnih sustava pomoću međusobno posve neovisnih i različitih temeljnih visinskih mreža (APN i INVT, IINVT), obzirom na kvalitetu izvedbe, vremensko razdoblje izvedbe (1875-1963, 1970-1973), geometrijsku konfiguraciju i sustavnost korigiranja izvornih mjerenja (korekcije mjerila, normalno-ortometrijske korekcije),
- ▶ različite geometrijske konfiguracije istih nivelmanskih vlakova i mreža nižih redova točnosti geometrijskih nivelmana (PN, GN, TNPT, TN) u sklopu računske obra-

de (izjednačenja) u starom visinskom referentnom sustavu HVRS1875 (oslanjanje na mrežu APN i INVT) i novom visinskom referentnom visinskom sustavu HVRS71 (oslanjanje na mrežu IINVT),

- ▶ različiti postupci i redoslijed računske obrade podataka mjerenja (izjednačenja), kako temeljnih visinskih mreža (APN i INVT, IINVT), tako i nivelmanskih vlakova i mreža nižih redova točnosti geometrijskih nivelmana (PN, GN, TNPT, TN),
- ▶ promjene visinskih položaja repera izazvane recentnim gibanjima zemljine kore (geodinamika) i lokalnom visinskom nestabilnošću objekata ili tla na kojima su reperi stabilizirani (objedinjavanje podataka izmjere nivelmanskih vlakova i mreža u sklopu računske obrade iz vrlo dugog vremenskog razdoblja realizacije radova, tj. iz bitno različitih vremenskih epoha).

Konkretna brojčana kvantifikacija međusobnog odnosa visinskih referentnih sustava te poznavanje i razumijevanje izvora, geodetskih “mehanizama” i razloga koji su do njih uzročno-posljedično doveli, nije značajna samo zbog pukog stjecanja krajnje konkretnog uvida i saznanja o faktičkom stanju, već zbog činjenice da krucijalno i nedvosmisleno ukazuje na smjer, postupke i metodologiju matematičkog modeliranja kojom bi se međusobni odnos visinskih referentnih sustava mogao primjereno i efikasno matematički opisati/definirati. U tom je pogledu neophodno još jednom ukazati i naglasiti dva bitna elementa o kojima treba voditi računa i koje primjereno treba obuhvatiti sadržajem i svojstvima modela:

- ▶ različiti visinski datumi (AVD1875 i HVD71), u starom i novom visinskom referentnom sustavu Republike Hrvatske (HVRS1875 i HVRS71), doveli su do realizacije sigifikantno različitih visinskih referentnih ploha, koje imaju različitu orijentaciju u odnosu na tijelo Zemlje s jedne strane, te koje u prostoru nisu međusobno paralelne s druge strane. Prostorni odnos visinskih referentnih ploha razvidno je znatno složeniji od samo i isključivo translatornog pomaka na što jasno ukazuje globalni trend varijacije i položajne distribucije razlika visinskih koordinata repera i zamjetna razina njihove koreliranosti s elipsoidnim položajima repera. Navedena korelacija, tj. ovisnost globalne varijabilnosti razlika visinskih koordinata repera s položajima repera (dugovalna varijabilnost), ukazuje na sistematske efekte koji su u njima sadržani, a koji se mogu matematički modelirati odabirom primjerenog regresijskog modela, tj. prostornog parametarskog (determinističkog) modela.
- ▶ primijenjeni postupci računske obrade, dinamika i redoslijed računske obrade, različite geometrijske konfiguracije nivelmanskih vlakova i mreža te objedinjavanje podataka izmjere iz bitno različitih vremenskih epoha, doveli su u referentnom visinskom sustavu HVRS1875 do geneze razvidnih i naglašenih distorzijskih efekata sadržanih u visinskim koordinatama repera te posljedično u razlikama visinskih koordinata. Uz neizbježne slučajne efekte koji nesumnjivo prinose globalnoj i lokalnoj varijabilnosti razlika visinskih koordinata repera, distorzijski efekti se očituju kao varijabilitet lokalno objedinjenih i po veličini podudarnih vrijednosti razlika H_{Δ} , duž ukupnog područja Hrvatske i Bosne i Hercegovine (kratkovalna varijabilnost). Obzirom na položajnu autokoreliranost, distorzijski se efekti mogu matematički modelirati primjenom prostornih interpolacijskih metoda.

Sukladno navedenom, matematički transformacijski model uz obuhvat slučajne varijabilnosti razlika H_{Δ} (tzv. “slučajni šum”), primjereno treba obuhvatiti, odnosno matematički modelirati dvije različite komponente koje su istovremeno sadržane u razlikama visinskih koordinata repera H_{Δ} , tj. tzv. datumsku komponentu $H_{\Delta D}$ i tzv. distorzijsku komponentu $H_{\Delta d}$. Pri tomu, datumska komponenta $H_{\Delta D}$ proizlazi iz evidentne različitosti prostorne orijentacije i

dimenzijskih parametara visinskih referentnih sustava (visinskih referentnih ploha), a distorzijaska komponenta $\mathbf{H}_{\Delta d}$ iz različitosti postupaka, metodologije, redoslijeda i dinamike računskog određivanja visinskih koordinata, uzevši u obzir i utjecaj visinskih položajnih pogrešaka, tj. utjecaj geodinamike i lokalnih pomaka repera. Ne obrazlažući detaljnije činjenicu da bi u teorijskom pogledu, a sukladno definiciji, izvoru nastanka i načinu djelovanja datumska i distorzijaska komponenta trebale biti međusobno posve neovisne, svaka se od njih može zasebno modelirati i potom integrirati u jedinstveni ili integralni matematički transformacijski model. Stoga, matematički model za modeliranje razlika visinskih koordinata repera, koji poprima izuzetno jednostavni oblik

$$\bar{\mathbf{H}}_{\Delta} = \bar{\mathbf{H}}_{\Delta D} + \bar{\mathbf{H}}_{\Delta d}, \quad (2)$$

gdje su: $\bar{\mathbf{H}}_{\Delta}$ – modelirana vrijednost razlike visinskih koordinata, $\bar{\mathbf{H}}_{\Delta D}$ – modelirana vrijednost datumske komponente i $\bar{\mathbf{H}}_{\Delta d}$ – modelirana vrijednost distorzijaska komponente, omogućava definiciju transformacijskog modela visinskih koordinata u formi:

$$H_N = H_S - \bar{H}_{\Delta}, \quad (3)$$

$$H_S = H_N + \bar{H}_{\Delta}, \quad (4)$$

sukladno potrebi transformiranja visinskih koordinata točaka poznatog položaja iz sustava HVRS1875 u sustav HVRS71 i obratno. Kao primjerena i najkvalitetnija podatkovna osnova za kreaciju datumskog i distorzijaskog modela, posljedično i integralnog modela danog izrazom (2), služi homogeni skup razlika visinskih koordinata \mathbf{H}_{Δ} repera geometrijskih nivelmana na području Hrvatske i Bosne i Hercegovine, poznatog položaja u elipsoidnom referentnom koordinatnom sustavu (\mathbf{L} , \mathbf{B} , \mathbf{H}_{Δ}). Definicija, kreacija i realizacija transformacijskog modela, tj. konkretno određivanje transformacijskih parametara i transformacijskog algoritma, koji je jedinstven i cjelovit za ukupno promatrano područje i utemeljen na izrazima (2), (3), (4) te izveden iz empirijskih vrijednosti razlika visinskih koordinata repera \mathbf{H}_{Δ} , treba omogućiti jednoznačno, homogeno, primjereno kvalitetno i učinkovito transformiranje visinskih koordinata točaka poznatog planarnog položaja, bez obzira na činjenicu tko, kada, gdje, zašto i u koju svrhu treba obaviti transformaciju.

Iako je na prvi pogled koncept definicije transformacijskog modela vrlo jednostavan, realizacija modela je zahtjevna i složena, obzirom na potrebu separatnog modeliranja datumskih i distorzijaskih komponenti te mogućnosti alternativne primjene niza različitih prostornih regresijskih funkcija i prostornih interpolacijskih metoda u svrhu kreacije modela. Pri tomu, od znatnog su utjecaja na kvalitetu modeliranja zadatost kvalitete raspoloživih podataka repera, ukupan broj repera i razina homogenosti njihove položajne distribucije duž teritorija Hrvatske i Bosne i Hercegovine, kao i činjenica da se u empirijskom smislu, a bez obzira na teorijski pretpostavljenu neovisnost datumskih i distorzijaskih komponenti dio globalnih distorzijaskih efekata ne može uvijek efikasno razlučiti od datumskih efekata.

4. Datumski i distorzijaski transformacijski model

Na temelju opsežnijih analiza koje su prethodile odabiru i konkretizaciji datumskog transformacijskog modela (Rožić 2009), koji modelira datumske komponente razlika visinskih koordinata repera $\bar{\mathbf{H}}_{\Delta D}$ na području obuhvata modela (teritorij Hrvatske i Bosne i Hercegovine), kao optimalno rješenje, koje je ujedno i čvrsto utemeljeno na geodetskoj stručnoj osnovi matematičkog definiranja međusobnog odnosa dva različita visinska koordinatna sustava s različitim definicijama visinskih datuma, usvojeno je rješenje koje je utemeljeno na linearnom prostornom pa-

rametarskom (determinističkom) modelu izvedenom iz 7- parametarske slične transformacije ili tzv. 7- parametarske S-transformacije (*Dinter i dr. 1996*). Navedeni model, uz primjenu elipsoidnih koordinatnih sustava te teorijsku postavku diferencijalne sličnosti starog HVRS1875 i novog visinskog referentnog sustava HVRS71, poprima oblik linearne regresijske funkcije

$$\bar{H}_{DD}(L, B) = H_D + v = a_{t_x} \bar{dt}_x + a_{t_y} \bar{dt}_y + a_{t_z} \bar{dt}_z + a_{e_x} \bar{de}_x + a_{e_y} \bar{de}_y + a_m \bar{dm} + a_f \bar{df}, \quad (5)$$

u kojoj se kao argumenti funkcije javljaju elipsoidni položaji repera (L, B), kao nepoznati parametri javljaju se parametri translacije $\bar{dt}_x, \bar{dt}_y, \bar{dt}_z$ rotacije \bar{de}_x, \bar{de}_y i promjene mjerila \bar{dm} koordinatnih sustava te parametar promjene visinskog datuma \bar{df} . Treba naglasiti da je navedena regresijska funkcija, kao osnova za obavljanje regresijskog modeliranja i konkretizaciju datumskog transformacijskog modela, prihvatljiva aproksimacija “strove funkcije” eksplicitno izvedene primjenom S-transformacija, jer su elipsoidne visine repera supstituirane normalno-ortometrijskim visinama, uz aproksimaciju inicijalne visinske referentne plohe elipsoidnom plohom Besselovih dimenzija. Sukladno teorijskoj osnovi S-transformacija, značenje koeficijenta uvedenih u regresijsku funkciju jest:

$$\begin{aligned} a_{t_x} &= \cos B \cos L, & W &= \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}, \\ a_{t_y} &= \cos B \sin L, & N &= \frac{a}{W}, \\ a_{t_z} &= \sin B, & M &= \frac{a(1 - e^2)}{W^3}, \\ a_{e_x} &= e^2 N \cos B \sin B \sin L, & a &= 6377397.15500 \text{ m}, \\ a_{e_y} &= -e^2 N \cos B \sin B \cos L, & f &= 0.0033427732, \\ a_m &= H_{sr} + N W^2, & e &= \sqrt{0.0066743723}, \\ a_f &= \frac{W^2 M \sin^2 B}{1 - f}, & H_{sr} &= 239.8922 \text{ m}, \end{aligned} \quad (6)$$

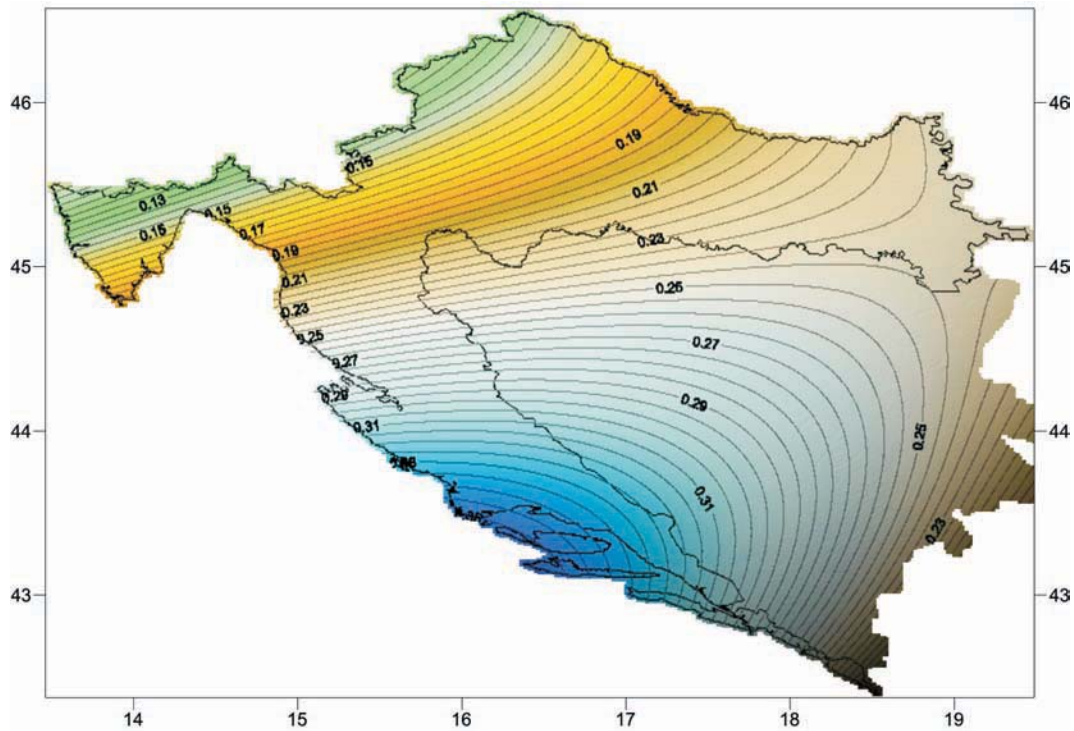
gdje su: a, f i e velika poluos, spljoštenost i prvi ekscentricitet rotacijskog elipsoida Besselovih dimenzija te H_{sr} srednja vrijednost normalno-ortometrijskih visina repera obuhvaćenih regresijskim modeliranjem. Regresijsko modeliranje utemeljeno na predloženoj regresijskoj funkciji i empirijskim podacima 10564 repera geometrijskih nivelmana (L, B, H_{Δ}), primjenom izjednačenja posrednih mjerenja i metode najmanjih kvadrata (*Seber i Lee 2003*), dovodi do konkretizacije (realizacije) datumskog transformacijskog modela, tj. određuje nepoznate regresijske parametre i definitivnu formu funkcije

$$\bar{H}_{\Delta D}(L, B) = 1986.140697a_{t_x} + 479.4372746a_{t_y} + 5899.999294a_{t_z} - 0.01548713056a_{e_x} + 0.06461378251a_{e_y} - 0.0004449605157a_m - 0.0004294240799a_f \quad (7)$$

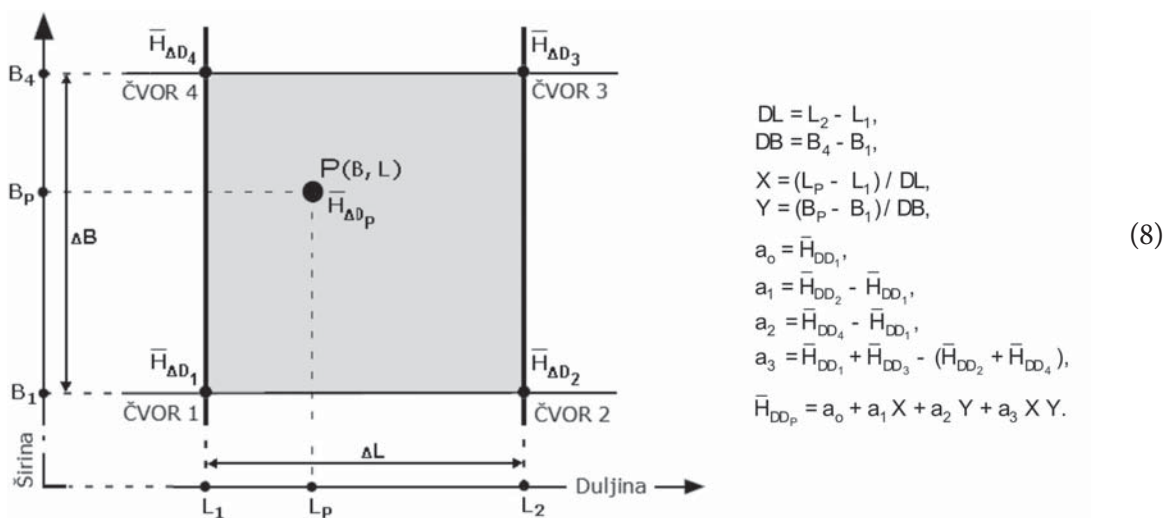
čijim se poopćenjem na sve točke poznatog položaja (L, B), sadržane na području obuhvata modela, analitički i eksplicitno mogu odrediti modelirane vrijednosti datumskih komponenti sadržanih u razlikama njihovih visinskih koordinata. Navedena regresijska funkcija je funkcija kontinuirane prostorne parametarske plohe, tj. plohe datumskog modela, koja aproksimira razlike visinskih koordinata repera H_{Δ} na području obuhvata modela, odnosno modelira sistematsku komponentu njihove dugovalne varijacije (trend), sl. 6.

Datumski model realiziran izrazom (7) te predložen na sl. 6 može se prevesti u alternativnu formu, tj. formu tzv. “grid transformacijskog modela”, koji supstituira izvorni transformacijski algoritam kraćim i jednostavnijim algoritmom. Naime, područje obuhvata modela može se prekriti pravilnom pravokutnom mrežom linija primjerene gustoće, tzv. “gridom”, poznatog i fiksiranog planarnog položaja, uz određivanje modeliranih vrijednosti datumskih komponenti $\bar{H}_{\Delta D_1}$ na svim čvorovima grida (točke sjecišta linija grida), a sukladno njihovom poznatom

položaju (L, B) i transformacijskoj funkciji danoj izrazom (7). U tom se slučaju određivanje datumske komponente $\bar{H}_{\Delta D_P}$, za proizvoljnu točku P poznatog položaja (L_P, B_P) svodi na uporabu bilinearne interpolacije, sukladno sl. 7 i izrazima (8), uz uporabu prethodno već određenih vrijednosti datumskih komponenti na čvorovima grida ($\bar{H}_{\Delta D_1}, \bar{H}_{\Delta D_2}, \bar{H}_{\Delta D_3}, \bar{H}_{\Delta D_4}$). Pri tomu, jednostavnost i efikasnost primjene algoritma bilinearne transformacije pretpostavlja primjerenu riješenost problema identifikacije čvorova ćelije grida unutar koje je sadržan položaj točke te tim čvorovima pridruženih i prethodno već priređenih modeliranih vrijednosti datumskih komponenti.



Slika 6. Ploha i izolinije datumskog modela



Slika 7. Ćelija grida i položaj točke P

U konkretnom slučaju, datumski model na području Hrvatske i Bosne i Hercegovine predočen na sl. 6 i definiran izrazom (7), preveden je u formu grid transformacijskog modela pomoću programskog sustava Surfer, a model je u užem smislu realiziran odgovarajućom grid datotekom, tj. digitalnom datotekom u kojoj su sukladno standardiziranom formatu zapisa zabilježeni podaci datumskih komponenti na čvorovima grida (datoteka formata *.GRD). Temeljne odrednice usvojenog grida, odnosno dimenzije i gustoća grida, prilagođene su veličini područja obuhvata modela, potrebi zanemarivanja interpolacijskih pogrešaka te broju, gustoći i položajnoj distribuciji repera, ali ujedno i potrebama projekta “*Novi model geoida Republike Hrvatske i poboljšanje T7D modela transformacije*” čija je realizacija nastavno vezana uz potrebu aplikacije transformacijskog modela visina. Grid je definiran ishodišnim čvorom, tj. donjim lijevim čvorom okvira grida ($L = 13^{\circ}27'45''$, $B = 42^{\circ}22'30''$) i završnim čvorom, tj. gornjim desnim čvorom okvira grida ($L = 19^{\circ}29'15''$, $B = 46^{\circ}34'30''$), sadrži ukupno 243915 čvorova, ima 505 horizontalnih i 483 vertikalne linije, s dimenzijama ćelije grida $\Delta L = 45''$ i $\Delta B = 30''$ (ćelije su kvadratičnog oblika, približnih dimenzija 1 x 1 km). Na području Hrvatske i Bosne i Hercegovine sadržano je ukupno 70310 čvorova grida, na kojima su vrijednosti modeliranih datumskih komponenti sadržane unutar ukupnog raspona od 265.1 mm, s minimalnom i maksimalnom vrijednošću datumske komponente u iznosu 92.0 mm i 357.1 mm.

Na temelju datumskog modela, a sukladno izrazu (5), razvidno je da se modeliranjem određene datumske komponente $\bar{H}_{\Delta D}$ mogu jednostavno reducirati iz razlika visinskih koordinata repera H_{Δ} , tj.

$$H_{\Delta} - \bar{H}_{\Delta D} = -v, \quad (9)$$

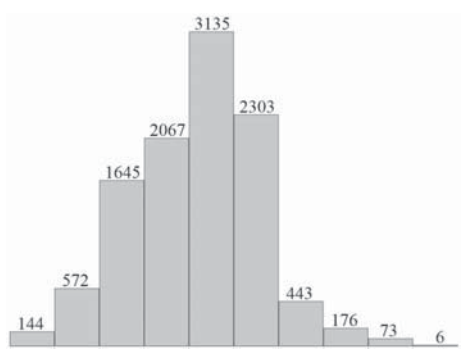
gdje negativne vrijednosti datumskih reziduala (-v), odnosno popravaka iz izjednačenja posrednih mjerenja primijenjenog pri kreaciji datumskog modela, poprimaju sukladno primijenjenom konceptu modeliranja značenje empirijskih vrijednosti distorzijskih komponenti, tj.

$$H_{\Delta d} = H_{\Delta} - \bar{H}_{\Delta D}. \quad (10)$$

Stoga, podatkovnu osnovu za kreaciju distorzijskog modela čine prostorni podaci 10564 repera geometrijskih nivelmana (L , B , $H_{\Delta d}$), dobiveni pridruživanjem empirijskih vrijednosti distorzijskih komponenti $H_{\Delta d}$ određenih izrazom (10) podacima položaja repera (L , B). Temeljni statistički pokazatelji modeliranih vrijednosti datumskih komponenti, empirijskih vrijednosti distorzijskih komponenti i histogram distorzijskih komponenti predočeni su u tablici 2. Zakonitost skupnog ponašanja distorzijskih komponenti nije podudarna s teorijskom normalnom razdiobom, a zamjetan je i prilično velik raspon disperzije u iznosu 187.0 mm, koji potvrđuje činjenicu da su u starom visinskom sustavu HVRS1875 prisutne naglašene distorzije.

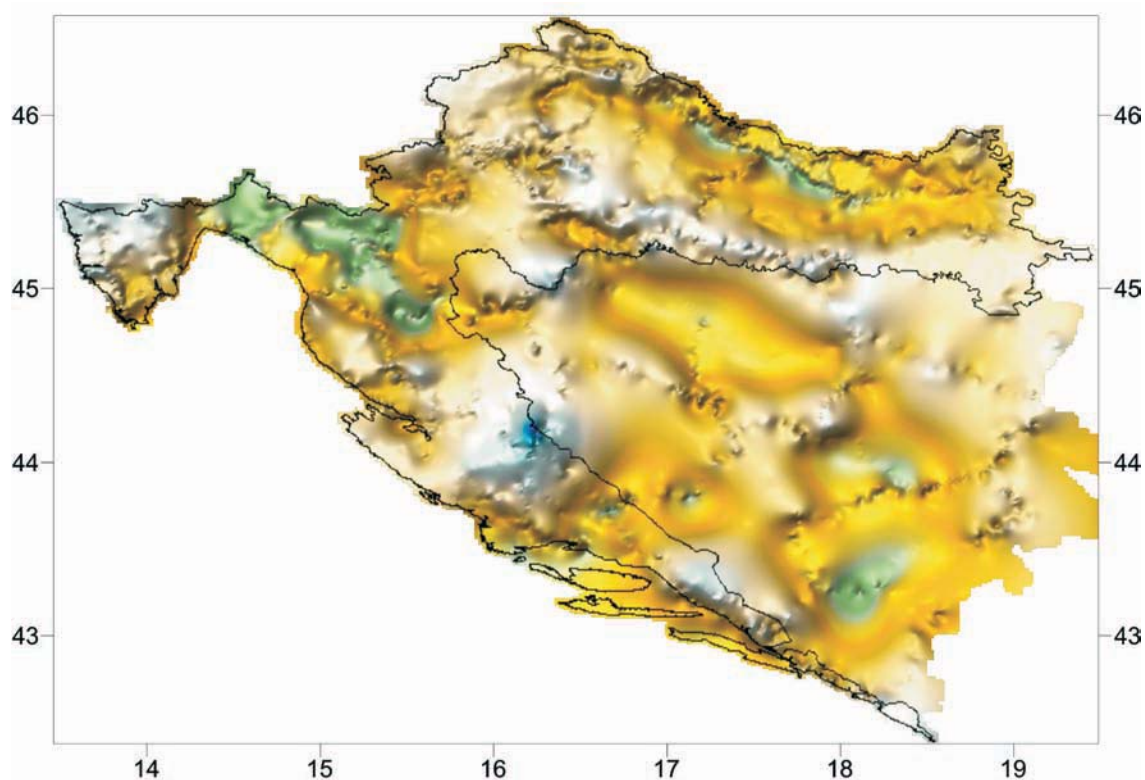
Tablica 2. Statistički pokazatelji datumskih i distorzijskih komponenti

| Pokazatelj | $\bar{H}_{\Delta D}$ | $H_{\Delta d}$ |
|-------------|----------------------|----------------|
| Broj repera | 10564 | 10564 |
| Minimum | 96.8 mm | -77.6 mm |
| Sredina | 225.2 mm | 0.0 mm |
| Maksimum | 352.0 mm | 109.4 mm |
| Raspon | 255.2 mm | 187.0 mm |
| St. odstup. | 60.4 mm | 26.2 mm |



U svrhu kreacije odgovarajućeg distorzijskog modela, a obzirom na razinu kratkovalne varijabilnosti te visoku razinu položajne autokorelacije distorzijskih komponenti, kao optimalna metoda odabrana je prostorna interpolacijska metoda modeliranja tzv. plohe minimalne zakrivljenosti – tj. “Minimal Curvature Surface – MCS” (Rožić 2009). Pojam minimalne zakrivljenosti odnosi se na bivariatnu matematički definiranu kontinuiranu plohu (ploha modela), koja nastoji obuhvatiti prostorni položaj distorzijskih komponenti repera osnovnog skupa ($L, B, H_{\Delta d}$) na području obuhvata modela, uz minimiziranje njene ukupne zakrivljenosti (Dewhurst 1990). Proces definiranja plohe može se smatrati analognim procesu mehaničkog savijanja tanke metalne elastične ploče položene preko područja obuhvata modela, koja se djelovanjem isključivo vertikalnih sila i bez deformiteta na lokacijama svih pojedinih repera nastoji dovesti u točke koje reprezentiraju vrijednosti distorzijskih komponenti, a bez ikakvih utjecaja torzijskih, kompresijskih ili ekstenzijskih mehaničkih sila i uz najmanje moguće ukupno savijanje ploče (minimalno zakrivljenje plohe).

Kreacija distorzijskog modela obavljena je primjenom programskog sustava Surfer. Sukladno metodologiji modeliranja primjenom prostornih interpolacijskih metoda općenito, odnosno metodologiji modeliranja pomoću plohe minimalne zakrivljenosti, distorzijski model je neposredno realiziran u formi grid transformacijskog modela. Kao parametri modeliranja uvedene su dimenzije i svojstva grida koji je posve podudaran s gridom iz prethodno već kreiranog datumskog modela (oblik, dimenzije okvira, broj horizontalnih i vertikalnih linija, tj. gustoća i broj čvorova), parametri tzv. unutarne i vanjske tenzije plohe (jednaki nuli), ograničenje broja iteracijskih ciklusa (≈ 500000 - dvostruki broj čvorova grida) i maksimalna vrijednosti distorzijskog reziduala (0.0001 m) te modalitet izotropnog pretraživanja okoliša čvorova grida. Ploha distorzijskog modela dobivena modeliranjem predočena je na sl. 8, a model je u užem smislu realiziran odgovarajućom grid datotekom, tj. digitalnom datotekom u kojoj su sukladno standardiziranom formatu zapisa zabilježeni podaci modeliranih vrijednosti distorzijskih kompo-



Slika 8. Ploha distorzijskog modela

menti na čvorovima grida (datoteka formata *.GRD). Analogno datumskom modelu, modeliranje distorzijskih komponenti sadržanih u razlikama visinskih koordinata za točke poznatog položaja na području obuhvata modela obavlja se primjenom bilinearne interpolacije.

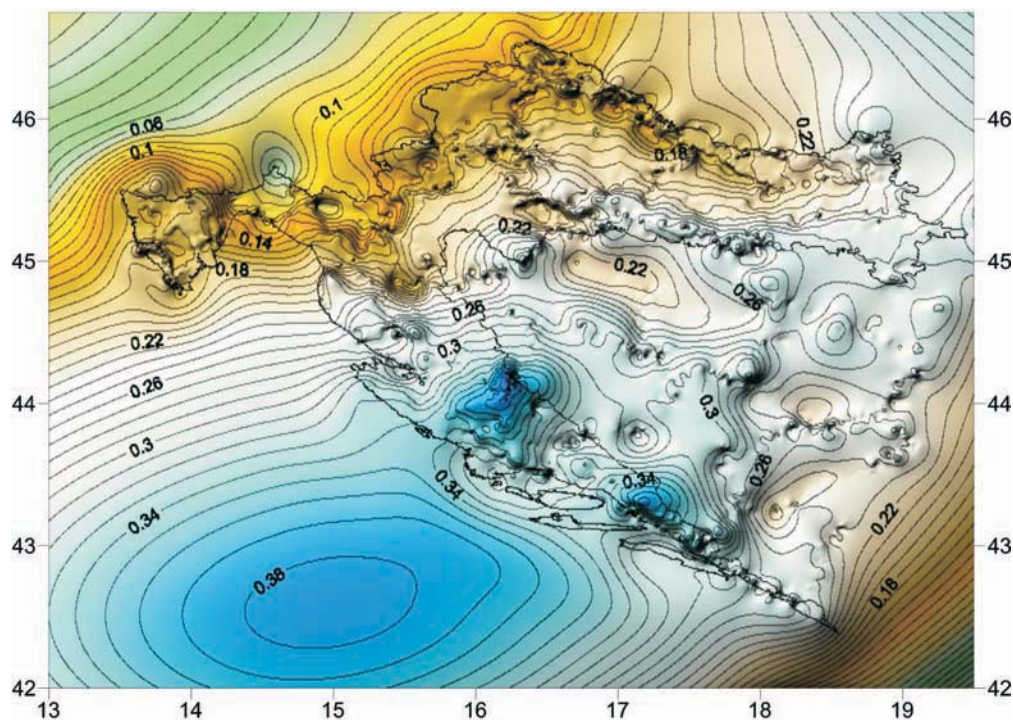
Na razinu prilagodbe plohe distorzijskog modela empirijskim vrijednostima distorzijskih komponenti $H_{\Delta d}$, koje su poslužile kao osnova za modeliranje, ukazuju distorzijski reziduali, odnosno razlike između empirijskih vrijednosti $H_{\Delta d}$ i pripadnih modeliranjem određenih vrijednosti $\bar{H}_{\Delta d}$ distorzijskih komponenti. Ovi se reziduali, za ukupno 10537 repera koji su obuhvaćeni okvirom grida (27 repera korištenih pri modeliranju nalazi se van okvira grida), nalaze unutar ukupnog raspona u iznosu od 72.0 mm, disperzirani su od minimalne vrijednosti u iznosu -39.3 mm do maksimalne vrijednosti u iznosu 32.7 mm. Za 72 od ukupno 10537 repera iznos reziduala je veći od ± 10.0 mm, a samo za 11 repera veći je od ± 20.0 mm.

Sukladno svemu navedenom, posve je razvidno da su za područje obuhvata modela određeno teritorijem Hrvatske i Bosne i Hercegovine, definirani, kreirani i realizirani u formi grid transformacijskih modela, datumski i distorzijski model, koji omogućuju jednoznačno i jednostavno modeliranje datumskih i distorzijskih komponenti sadržanih u razlikama visinskih koordinata točaka poznatog položaja. Iako se pri definiranju modela, u teorijskom smislu, uvela hipoteza o međusobnoj neovisnosti pomenutih komponenti, na razini realizacije evidentna je određena razina međusobne povezanosti. Naime, razvidno je da se distorzijski model temeljio neposredno na modeliranju razlika visinskih koordinata repera H_{Δ} te da je distorzijski model posljedično izveden iz onog dijela tih razlika koji je preostao nakon redukcije modeliranjem određenih datumskih komponenti. Treba naglasiti da su oba modela u užem smislu realizirana odgovarajućim grid računalnim datotekama (datumski grid i distorzijski grid), s u potpunosti podudarnim dimenzijama i svojstvima grida, a koje čine temeljnu podatkovnu infrastrukturu tih modela i koje omogućuju modeliranje datumskih i distorzijskih komponenti primjenom transformacijskog algoritma utemeljenog na bilinearnoj interpolaciji.

5. Hrvatski transformacijski model visina – verzija HTMV08-v.1

Na temelju datumskog i distorzijskog modela, a sukladno izrazu (2), omogućeno je jednostavno i efikasno kreiranje integralnog transformacijskog modela, odnosno modela koji objedinjuje datumski i distorzijski model ili tzv. Hrvatskog transformacijskog modela visina – HTMV. Naime, usvajanjem grida podudarnog oblika i dimenzija kao kod datumskog i distorzijskog modela te pridruživanjem modeliranih vrijednosti razlika visinskih koordinata \bar{H}_{Δ} čvorovima grida, a određenih sukladno izrazu (2), kreiran je i realiziran model koji omogućuje jednoznačno i efikasno modeliranje razlika visinskih koordinata točaka poznatog položaja na području Hrvatske i Bosne i Hercegovine primjenom bilinearne interpolacije. Uz uporabu izraza (3) i (4) on omogućuje jednostavno i jednoznačno transformiranje visinskih koordinata točaka poznatog planarnog položaja iz starog visinskog referentnog sustava HVRS1875 u novi visinski referentni sustav HVRS71.

Ploha Hrvatskog transformacijskog modela visina predočena je na sl. 9, uključujući izolinije istih vrijednosti razlika visinskih koordinata \bar{H}_{Δ} , uz napomenu da je predočeno i ukupno ekstrapolacijsko područje modela (područje van granica Hrvatske i Bosne i Hercegovine) koje je nepozudano za uporabu. Odgovarajućoj grid datoteci, kao temeljnoj podatkovnoj osnovi za primjenu transformacijskog algoritma, pridružen je odgovarajući naziv, tj. "HTMV08-v.1.GRD", koji je kombinacija skraćenice izvedene iz punog naziva transformacijskog modela (HTMV), skraćenice godine kreacije (2008. godina) i oznake verzije (verzija 1), a podaci su strukturirani sukladno standardiziranom formatu grid datoteka (*.GRD) programskog sustava Surfer.



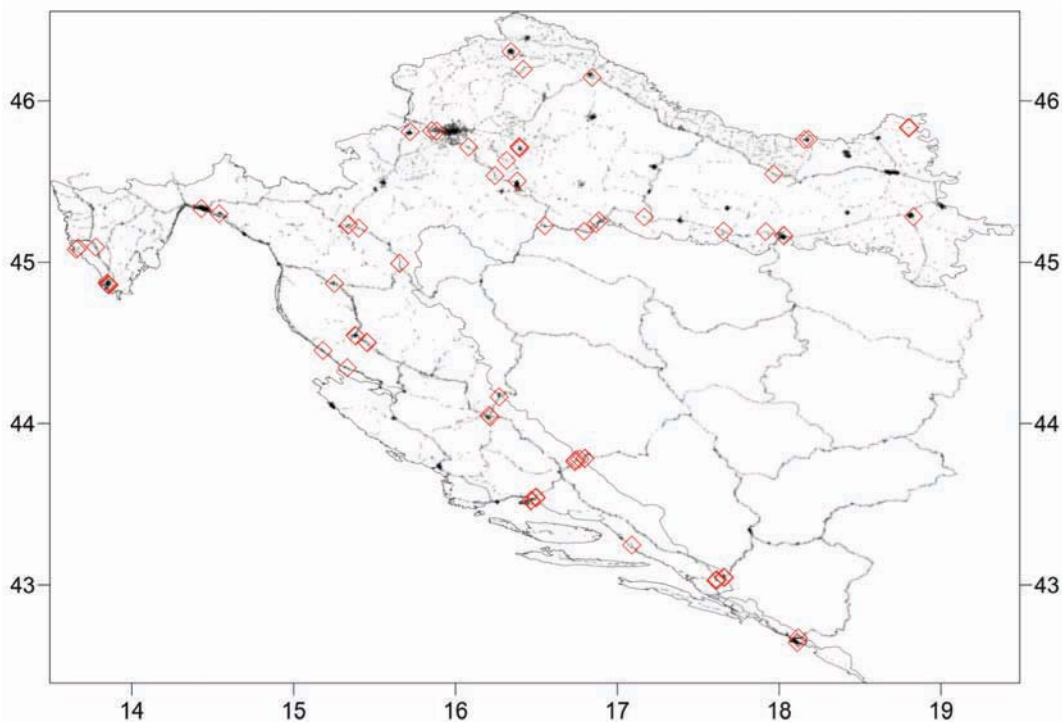
Slika 9. Ploha Hrvatskog transformacijskog modela – realizacija HTMV08v.1

Temeljni pokazatelji kvalitete modela izvedeni su iz odstupanja ε između izvornih H_{Δ} i modeliranjem određenih vrijednosti \bar{H}_{Δ} razlika visinskih koordinata repera, tj.

$$\varepsilon = \bar{H}_{\Delta} - H_{\Delta}, \quad (11)$$

koji su sukladno metodologiji i primijenjenom konceptu modeliranja praktički podudarni s distorzijskim rezidualima. Odstupanja ε , za 10537 repera sadržanih na području obuhvata modela, nalaze se unutar ukupnog raspona u iznosu 71.9 mm, od minimalne vrijednosti u iznosu -39.2 mm do maksimalne vrijednosti u iznosu 32.7 mm. Srednja vrijednost odstupanja jest 0.0 mm i standardno odstupanje poprima iznos od 2.1 mm. Za 74 repera na području obuhvata modela odstupanja ε poprimaju iznos veći od ± 10.0 mm (0.70%), a samo za 11 repera (0.10%) iznos veći od ± 20.0 mm. Standardno odstupanje ukazuje na visoku razinu kvalitete modela (tzv. unutarnja točnost), kao i činjenicu da su na praktički zanemarivom broju repera u odnosu na njihov ukupni broj, odstupanja ε poprimila iznos veći od ± 1 cm. Sukladno navedenom, a uz ograničenje broja signifikantnih znamenki (zaokruživanje) visinskih koordinata točaka H_S ili H_N koje su predmet transformacije na centimetarsku razinu, razvidno je da se transformacijski model može efikasno koristiti s primjerenom razinom očuvanja izvorne kvalitete visinskih koordinata nakon transformacije. Položaj 74 repera, na kojima odstupanja ε poprimaju iznos veći od ± 1 cm, predložen je na sl. 10. Razvidno je da položajna distribucija tih repera nema naglašeniji sistematski obrazac, jer prilično su ravnomjerno distribuirani duž ukupnog područja obuhvata modela.

Dopunski pokazatelji kvalitete modela izvedeni su i iz odstupanja ε određenih pomoću 1589 repera mreže IINVT, samo na području Hrvatske, koji nisu bili obuhvaćeni procesom modeliranja i kreacijom modela. Naime, temeljem podataka izvorne izmjere mreže IINVT obavljeno je visinsko određivanje dijela repera te mreže u starom visinskom referentnom sustavu HVRS1875 te je dobiven referentni skup repera (kontrolni skup) posve neovisan od skupa korištenog u svrhu modeliranja. Odstupanja ε ovih repera nalaze se unutar ukupnog raspona



Slika 10. Reperi s odstupanjima većim od ± 1 cm

u iznosu 81.8 mm, od minimalne vrijednosti u iznosu -35.7 mm do maksimalne vrijednosti u iznosu 46.1 mm. Srednja vrijednost odstupanja jest 2.9 mm i standardno odstupanje u iznosu 8.2 mm. Za 218 repera na području obuhvata modela odstupanja ε poprimaju iznos veći od ± 10.0 mm (13.72%), a za 87 repera (5.48%) iznos veći od ± 20.0 mm. Standardno odstupanje i u ovom slučaju ukazuje na visoku razinu kvalitete modela (tzv. vanjska točnost), usprkos činjenici da su na nešto većem broju repera odstupanja ε poprimila iznos veći od ± 1 cm. Navedena pojavnost je posve razumljiva i uobičajena, jer je referentni skup repera za vrednovanje kvalitete modela posve neovisan od repera koji su korišteni kao osnova za njegovu kreaciju.

U svakom slučaju, a nastavno na prethodno iskazane pokazatelje kvalitete, treba jasno naglasiti da uporaba svakog transformacijskog modela koji je izveden iz empirijskih podataka, a takav je upravo i prethodno predočen HTMV, uvijek zahtijeva određenu razinu opreza. Prije svega zbog činjenice da je kvaliteta modela primarno inducirana kvalitetom empirijskih podataka koji su poslužili kao osnova za modeliranje, brojnošću podataka te u slučaju prostornih podataka homogenošću distribucije duž područja obuhvata modela. Također, zbog činjenice da se izvorno nekvalitetne, netočne i pogrešne visinske koordinate točaka ili točke s nekvalitetnim ili pogrešnim planarnim položajem ne mogu primjenom transformacijskog modela transformirati i transformacijom “čudotvorno” pretvoriti u kvalitetne, točne i bespogrešne podatke. Transformacijskim se modelom izvorno nekvalitetni i pogrešni podaci konzistentno i jednoznačno mogu transformirati samo u podjednako pogrešne podatke. Pri tomu, pokazatelji kvalitete transformacijskog modela ne iskazuju eksplicitno točnost transformiranjem određenih visinskih koordinata, već kvalitetu procesa transformiranja.

Stoga, pri primjeni transformacijskog modela nije u potpunosti isključena mogućnost pojave određenih anomalija, odnosno nesuvislih, nekonzistentnih ili pogrešnih transformacijskih rezultata na određenim lokalnim područjima obuhvata modela. Sukladno mogućnostima i raspoloživom obujmu dostupnih visinskih podataka, uvijek je uputna kontrola, provjera konzistencije, komparacija s podacima u lokalnom okružju i kritička stručna prosudba transformacijskih rezultata.

6. Zaključak

Na temelju dostupnih, verificiranih, objedinjenih i analiziranih nivelmanskih podataka naslijeđene nivelmanske osnove Republike Hrvatske, odnosno podataka realizacije visinskih referentnih sustava HVRS1875 i HVRS71, a u sklopu izvedbe znanstveno-razvojnog projekta “Hrvatski transformacijski model visina”, obavljena je definicija i realizacija transformacijskog modela visina u formi tzv. grid transformacije, tj. transformacije visoke točnosti. Za teritorij Republike Hrvatske definiran je Hrvatski transformacijski model visina – HTMV, koji je u sklopu empirijske realizacije poprimio konkretiziran oblik, formu i sadržaj.

Transformacijski model i transformacijski algoritam temelje se na uporabi transformacijske grid datoteke “HTMV08-v.1.GRD” i bilinearnoj interpolaciji transformacijskih parametara sadržanih u grid datoteci, tj. modeliranih vrijednosti razlika visinskih koordinata između visinskih referentnih sustava HVRS1875 i HVRS71 koje su pridružene čvorovima grida primjerenne veličine, dimenzija i svojstava na području obuhvata modela. Pri tomu, definicija i kreacija transformacijskog modela temelji se na objedinjavanju datumskog i distorzijskog modela razlika visinskih koordinata, jer su posljedica različitog prostornog položaja, usmjerenja koordinatnih osi i mjerila visinskih referentnih sustava, odnosno visinskih datuma s jedne strane te distorzija sadržanih u visinskom referentnom sustavu HVRS1875 s druge strane. Usprkos složenosti modeliranja, koja je detaljno predložena u (Rožić 2009), transformacijski model je za praktičnu uporabu jednostavan, jednoznačan, učinkovit i programibilan, uz preduvjet automatizirane identifikacije odgovarajućih transformacijskih parametara sadržanih u grid datoteci HTMV08-v.1.GRD. Može se ocijeniti da je postignuta zamjetna kvaliteta transformacijskog modela, koja je primarno determinirana kvalitetom korištenih nivelmanskih podataka te koja ukazuje na prihvatljivost primjene modela u svrhu transformiranja visinskih koordinata točaka poznatog položaja na teritoriju Republike Hrvatske.

Zahvala. Kreacija Hrvatskog transformacijskog modela visina (HTMV) završni je korak u procesu stvaranja neophodnih infrastrukturnih i tehničkih uvjeta za aktivnu uporabu novog visinskog datuma HVD71 i visinskog referentnog sustava HVRS71 Republike Hrvatske za najširi krug zainteresiranih korisnika. Stoga, autor transformacijskog modela i ovog članka zahvaljuje Državnoj geodetskoj upravi Republike Hrvatske i Sektoru za državnu izmjeru na učinkovitoj suradnji, sadržajnoj koordinaciji i financijskoj potpori izvedbe znanstveno-stručnog (razvojnog) projekta “Hrvatski transformacijski model visina”, koji je rezultirao kreacijom transformacijskog modela, kao i svim znanstvenicima, stručnjacima, institucijama, tvrtkama i kolegama koji su aktivno pridonijeli stvaranju nivelmanske osnove za njegovu realizaciju.

7. Literatura

- Bilajbegović A., Feil L., Klak S., Sređić S., Škeljo Lj. (1986a): II Nivelman visoke točnosti SR: Bosne i Hercegovine, Crne Gore, Hrvatske, Slovenije i SAP Vojvodine, 1970-1973. Zbornik radova Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, Niz D, Svezak br. 6/1, Zagreb, 1986.
- Bilajbegović A., Feil L., Klak S., Sređić S., Škeljo Lj. (1986b): II Nivelman visoke točnosti SR: Bosne i Hercegovine, Crne Gore, Hrvatske, Slovenije i SAP Vojvodine, 1970-1973. Zbornik radova Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, Niz D, Svezak br. 6/2, Zagreb, 1986.
- Bilajbegović A., Feil L., Klak S., Sređić S., Škeljo Lj. (1986c): II Nivelman visoke točnosti SR: Bosne i Hercegovine, Crne Gore, Hrvatske, Slovenije i SAP Vojvodine, 1970-1973. Zbornik radova Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, Niz D, Svezak br. 6/3, Zagreb, 1986.
- Bilajbegović A., Feil L., Klak S., Sređić S., Škeljo Lj. (1986d): II Nivelman visoke točnosti SR: Bosne i Hercegovine, Crne Gore, Hrvatske, Slovenije i SAP Vojvodine, 1970-1973. Zbornik radova Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, Niz D, Svezak br. 6/4, Zagreb, 1986.

- Bilajbegović A., Feil L., Klak S., Sredić S., Škeljo Lj. (1986e): II Nivelman visoke točnosti SR: Bosne i Hercegovine, Crne Gore, Hrvatske, Slovenije i SAP Vojvodine, 1970-1973. Zbornik radova Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, Niz D, Svezak br. 6/5, Zagreb, 1986.
- Bilajbegović A., Feil L., Klak S., Sredić S., Škeljo Lj. (1986f): II Nivelman visoke točnosti SR: Bosne i Hercegovine, Crne Gore, Hrvatske, Slovenije i SAP Vojvodine, 1970-1973. Zbornik radova Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, Niz D, Svezak br. 6/6, Zagreb, 1986.
- Bilajbegović A., Feil L., Klak S., Sredić S., Škeljo Lj. (1986g): II Nivelman visoke točnosti SR: Bosne i Hercegovine, Crne Gore, Hrvatske, Slovenije i SAP Vojvodine, 1970-1973. Zbornik radova Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu, Niz D, Svezak br. 6/7, Zagreb, 1986.
- Dewhurst, W. T. (1990): The Application of Minimum-Curvature-Derived Surfaces in the Transformation of Positional Data from the North American Datum of 1927 to the North American Datum of 1983. NOAA Technical memorandum NOS NGS-50, NADCON, Rockville, USA, January, 1990.
- Dinter, G., Illner, M., Jäger, R. (1996): A Synergetic Approach for the Transformation of Ellipsoidal Heights into a Standard Height Reference System (HRS). Proceedings of the EUREF-Symposium at Ankara, May 22-25 1996, Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung, Heft 57, 198-217.
- Feil, L., Klak, S., Rožić, N. (1992a): II. nivelman visoke točnosti: Bosne i Hercegovine, Crne Gore, Hrvatske, Slovenije i Vojvodine, 1970-1973. - Ispravci. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, urednik S. Klak, Zbornik radova, Zagreb, 1992, niz D, svezak br. 6/8.
- Feil, L., Klak, S., Roić, M., Rožić, N. (1992b): Beitrag zur Bestimmung der Vertikalkrustenbewegungen in Kroatien. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie, Organ des Österreichischen Vereines für Vermessungswesen und Photogrammetrie und der Österreichischen Kommission für die Internationale Erdmessung, ISSN 0029-9650, Wien, 1992, Heft 2, 95-106.
- Feil, L., Rožić, N. (2000): Prijedlog službenog visinskog datuma Republike Hrvatske. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2000.
- Feil, L., Rožić, N. (2001): Studija o obnovi i održavanju visinskog sustava Republike Hrvatske. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2001.
- Feil, L., Rožić, N. (2005): Izrada dokumentacije neophodne za usvajanje prijedloga službenog visinskog datuma Republike Hrvatske. Izvješća o znanstveno-stručnim projektima iz 2003. godine, Državna geodetska uprava Republike Hrvatske, ISSN 1845-3953, Zagreb, 2005, 15-37.
- Feil, L., Rožić, N., Gucek, M. (2006a): Podaci o reperima - Knjiga 6. Državna geodetska uprava Republike Hrvatske, ISBN 953-6971-09-7 (cjelina), ISBN 953-6971-08-9, Zagreb, 2006.
- Feil, L., Rožić, N., Gucek, M. (2006b): Podaci o reperima - Knjiga 7. Državna geodetska uprava Republike Hrvatske, ISBN 953-6971-09-7 (cjelina), ISBN 953-6971-10-0, Zagreb, 2006.
- Feil, L., Rožić, N., Pavičić, S., Gucek, M. (2003a): Podaci o reperima - Knjiga 4. Državna geodetska uprava Republike Hrvatske, ISBN 953-6971-09-7 (cjelina), Zagreb, 2003.
- Feil, L., Rožić, N., Pavičić, S., Gucek, M. (2003b): Podaci o reperima - Knjiga 5. Državna geodetska uprava Republike Hrvatske, ISBN 953-6971-09-7 (cjelina), Zagreb, 2003.
- Geodetska uprava pri vladi NRH (1948): Nivelman na području NRH - Popis repera austrijskog preciznog nivelmana. Štamparski zavod Ognjen Prica, Zagreb, 1948.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1992): Studija o sređivanju geometrijskog nivelmana na području Republike Hrvatske. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 1992.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1994a): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u II. nivelmanskom poligonu II.NVT. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 1994.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1994b): Podaci o reperima - Knjiga 1. Državna geodetska uprava Republike Hrvatske, ISBN 953-6971-09-7 (cjelina), Zagreb, 1994.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1995a): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u I. nivelmanskom poligonu II.NVT. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 1995.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1995b): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u III. nivelmanskom poligonu II.NVT. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 1995.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1996a): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u VIII. nivelmanskom poligonu II.NVT. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 1996.

- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1996b): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u IV. nivelmanskom poligonu II.NVT - prvi dio. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 1996.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1997a): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u VI., XIV., XV. i XVI. nivelmanskom poligonu II.NVT. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 1997.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1997b): Povezivanje nivelmana visoke točnosti Republike Hrvatske i Republike Mađarske. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 1997.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1998a): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u IV. nivelmanskom poligonu II.NVT - drugi dio. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 1998.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1998b): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u V. nivelmanskom poligonu II.NVT. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 1998.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1998c): Podaci o reperima - Knjiga 2. Državna geodetska uprava Republike Hrvatske, ISBN 953-6971-09-7 (cjelina), Zagreb, 1998.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1999a): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u VIII. nivelmanskom poligonu II.NVT - dopuna. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 1999.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1999b): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u IX. nivelmanskom poligonu II.NVT. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 1999.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (1999c): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u XII. nivelmanskom poligonu II.NVT. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 1999.
- Klak, S., Feil, L., Rožić, N. (2000): Povezivanje nivelmana visoke točnosti Republike Hrvatske i Republike Mađarske - drugi dio. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2000.
- Militär-geographisches Institut (1875): Die Astronomisch-geodätischen Arbeiten. Band VII, Wien.
- Militär-geographisches Institut (1884): Astronomisch-geodätischen Arbeiten. Band IV, Wien, 1884.
- Militär-geographischen Institute (1897): Die Astronomisch-Geodätischen Arbeiten. VIII Band. Das Präcisions-Nivellement in der Österreichisch-ungarischen Monarchie, Wien, 1897.
- Militär-geographisches Institut (1899a): Die Astronomisch-Geodätischen Arbeiten. XIV Band. Das Präcisions-Nivellement in der Österreichisch-ungarischen Monarchie. Wien. 1899.
- Militär-geographisches Institut (1899b): Die Ergebnisse des Präcisions-Nivellement in der Österreichisch-ungarischen Monarchie, Südöstlicher Theil, Wien, 1899.
- Militär-geographisches Institut (1909): Die Fortsetzung des Präcisions-Nivellement ausgeführt im Jahre 1899-1909, Wien, 1909.
- Narodne novine (2004): Odluka o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i ravninskih kartografskih projekcija Republike Hrvatske. Službeni list Republike Hrvatske, br. 110, Zagreb, 2004.
- Narodne novine (2007): Zakon o državnoj izmjeri i katastru nekretnina. Službeni list Republike Hrvatske, br. 16, Zagreb, 2007.
- Rožić, N. (1995): Ispitivanje slučajnih i sistematskih pogrešaka u geometrijskom nivelmanu. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, doktorska disertacija, Zagreb, 1995.
- Rožić, N., Feil, L. (2000): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u VII. i XI. nivelmanskom poligonu II.NVT i izjednačenje otočkih nivelmanskih mreža. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2000.
- Rožić, N.: Fundamental levelling networks and height datums at the territory of the Republic of Croatia. Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica, Akadémiai Kiadó, ISSN 1217-8977, Budapest, 2001, Vol. 36, 2, 231-243.
- Rožić, N. (2009): Hrvatski transformacijski model visina. Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb, 2009.
- Rožić, N., Feil, L., Pavičić, S. (2001): Podaci o reperima - Knjiga 3. Državna geodetska uprava Republike Hrvatske, ISBN 953-6971-09-7 (cjelina), Zagreb, 2001.
- Rožić, N., Klak, S., Feil, L. (1999): Izjednačenje nivelmanskih mreža svih redova u III. i VIII. nivelmanskom poligonu II.NVT - dopune. Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 1999.
- Seber, G. A. F., Lee, A. J. (2003): Linear Regression Analysis. Wiley-Interscience, 2nd ed., New Jersey, 2003.